Errores en el entendimiento de los conceptos matemáticos: el caso de las asíntotas

Por Eduardo Alba
ealba@usfq.edu.ec

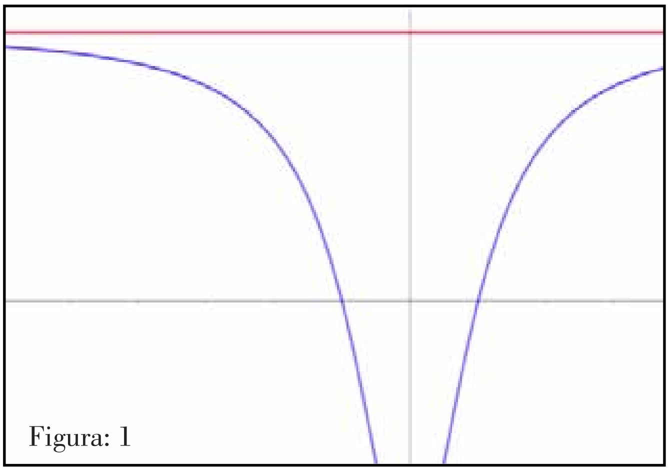

Figura: 1

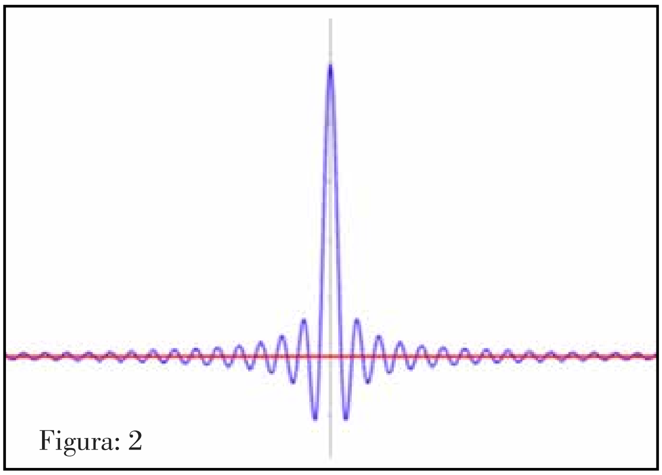

Figura: 2

Es muy común que en el nivel medio de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se tienda a simplificar las definiciones y conceptos matemáticos, de tal forma que su significado se distorsiona. Como consecuencia de estas simplificaciones erróneas se producen rechazos de casos que sí cumplen la definición, y/o se dan por válidos casos que no la cumplen.

Un ejemplo muy particular es el que corresponde al concepto de asíntota de la gráfica de una función. La mayoría de estudiantes tienen arraigada la idea de que una asíntota de la curva de una función es una recta que **no interseca** a dicha curva. A esta idea contribuye, desde el origen etimológico de la palabra asíntota, hasta las páginas de internet que en muchas ocasiones no son muy rigurosas.

Lo cierto es que una asíntota es una recta, pero la propiedad que la caracteriza no es que no corta a la curva de una función. La propiedad distintiva de la asíntota, que se expresa en su definición, es que la curva de una función se acerca continuamente a ella en el infinito.

De acuerdo a su ángulo de inclinación con respecto al eje de las abscisas, las asíntotas pueden ser horizontales, verticales u oblicuas. Por ejemplo, una asíntota horizontal de la curva de la función $f(x)$ es una recta $y = L$, donde

$$L = \lim_{x \to \infty} f(x) \text{ ó } L = \lim_{x \to -\infty} f(x).$$

Si analizamos la definición anterior podemos ver que en ninguna parte se prohíbe una intersección o cruce de la asíntota $y = L$ con la curva de $f(x)$; lo importante es que en el infinito los valores de la función se acerquen cada vez más a L. Esto significa que la diferencia entre los valores de $f(x)$ y L se hace cada vez más pequeña y por tanto tiene como consecuencia geométrica que la distancia entre la curva de $f(x)$ y la recta $y = L$ se acorta cada vez más a medida que nos alejamos del origen de coordenadas.

Un caso que pudiera resultarnos todavía más "raro" si seguimos considerando a la no intersección como propiedad que caracteriza a una asíntota, es el hecho de que para cualquier función constante $f(x) = L$, la curva de la función y su asíntota horizontal coinciden para todos los valores de x (ver figura 3).

Ejemplos

El acercamiento de la curva de una función a una asíntota puede en efecto suceder sin que se encuentren nunca, como sucede con la curva de la función $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$ y su única asíntota $y = 1$ (ver figura 1), pero puede ocurrir que durante el acercamiento se encuentren infinita cantidad de veces como ocurre con la curva de $f(x) = \sin\frac{\pi}{x}$ y su asíntota $y = 0$ (ver figura 2).

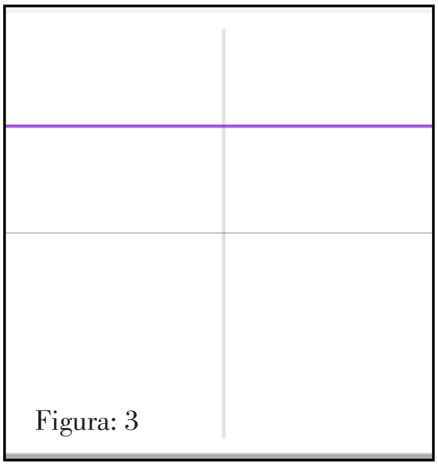

Figura: 3